

JE LI NULA PRIRODNI BROJ?

I još neka dobra pitanja
na koja nije dan dobar odgovor
u nastavi matematike

Boris Čulina,
Veleučilište Velika Gorica, Velika Gorica

Gordana Paić,
OŠ Dr.Ivan Merz, Zagreb

Željko Bošnjak,
OŠ Pavleka Miškine, Zagreb

Svako pitanje ilustrira jedan tip problema kojemu se u nastavi matematike treba na ispravan način pristupiti.

Prvo pitanje:

JE LI NULA PRIRODAN BROJ?

Nastavni plan i program za osnovnu školu:

navedeno je kao obrazovno postignuće u petom razredu da nula nije prirodni broj.

Naše stajalište:

- 1. Inzistiranje na tome da nula nije prirodni broj nema nikakvu dublju matematičku podlogu.*

Naime, nije u pitanju nikakav zakon prirode, nego samo konvencija koja je rezultat našeg modeliranja brojevnihi sustava.

2. Inzistiranje na tome da nula nije prirodni broj je kontraproduktivno za matematički razvoj učenika.

Kod učenika treba razviti predodžbu o matematici kao o ljudskoj djelatnosti u kojoj i on može aktivno sudjelovati, a ne kao o istinama koje su izvan dohvata običnih smrtnika.

Drugo pitanje:

IMA LI RAZLIKE IZMEĐU RAZLOMAKA I
RACIONALNIH BROJEVA?

Nastavni plan i program za osnovnu školu govori o raznim vrstama brojeva:

- razlomci,
- mješoviti brojevi,
- (konačni) decimalni brojevi
- racionalni brojevi.

Pritom se kao obrazovna postignuća ističu umijeće pretvaranja jednih brojeva u druge.

ključna pogreška:

nerazlikovanje zapisa i zapisanog, forme i sadržaja.

Razlomak, „mješoviti broj“ i decimalni broj nisu brojevi već zapisi racionalnih brojeva. Dakle, postoje samo racionalni brojevi (sadržaj) koji imaju više zapisa (forma).

Zato treba govoriti o zapisu racionalnog broja u obliku razlomka, o mješovitom zapisu i o decimalnom zapisu.

Mi transformiramo jedan zapis u drugi zapis istog broja, a ne transformiramo brojeve.

$\frac{3}{2}$, $1\frac{1}{2}$ i 1.5 su različiti zapisi istog broja.

Nerazlikovanje zapisa i zapisanog vodi cijelom nizu logičkih pogrešaka.

Npr. razlomak (zapis) može biti skrativ ili neskrativ, dok za racionalni broj to svojstvo uopće nema smisla. Ako identificiramo razlomke (zapise) s racionalnim brojevima (zapisanim), tada ispada da je isti racionalni broj $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ i skrativ i neskrativ.

Razlikovanje zapisa i zapisanog je vrlo važno za učenikovo matematičko obrazovanje, pogotovo što je u matematici dobar zapis vrlo značajan.

Važno je da učenik razlikuje sadržajno (što je zapisano) od formalnog (kako je zapisano), koja su svojstva zapisanog, a koja zapisa.

Po smislu zapisa (zapisanom) se postavljaju problemi, a o formi zapisa ovise formalni postupci rješavanja.

Treće pitanje:
ŠTO JE SLIČNOST?

Standardna definicija pojma sličnosti trokuta

trokuti su slični ako imaju odgovarajuće kutove jednakih veličina.

Ova definicija, mada **formalno korektna**, ograničena je na trokut i skriva pravi smisao pojma sličnosti.

Sadržajno korektna definicija općeg pojma sličnosti je da su dva lika slična ako se odgovarajućom homotetijom jedan lik može preslikati u lik sukladan drugom.

Primjer definiranja pojma sličnosti ilustrira opći problem ispravnog definiranja:

među svim formalno korektnim definicijama nekog pojma treba izabrati onu koja sadržajno najbolje izražava taj pojam.

Četvrto pitanje:

JE LI VEKTOR USMJERENA DUŽINA?

Obično se pojam vektora uvodi identificiranjem vektora s pojmom usmjerene dužine. Takvo uvođenje je konkretno i jednostavno, ali pogrešno.

Ispravna definicija ili objašnjenje pojma vektora zahtijeva da je vektor nešto apstraktnije od usmjerenih dužina: različite usmjerene dužine koje možemo translirati jedne u drugu (koje imaju isti smjer i duljinu) određuju isti vektor.

Navedena veza usmjerenih dužina i vektora bitna je da bi vektori imali svojstva zbog kojih su nam značajni.

Ovaj primjer ilustrira opću situaciju u nastavi matematike.

Didaktika zahtijeva da se svaki pojam uvede na što jednostavniji način, ali se pritom ne smije dogoditi da uslijed potrebe za pojednostavnjenjem dođe do bitne distorzije uvedenog pojma.

Peto pitanje:

JE LI FUNKCIJA $f(x) = ax + b$

LINEARNA FUNKCIJA?

U nastavi elementarne matematike se funkcija oblika $f(x) = ax + b$ naziva linearna funkcija

Međutim termin *linearnost* je u matematici i znanosti rezerviran za jedan vrlo značajan pojam:

da je funkcija linearna znači da ima svojstvo $f(ax + by) = af(x) + bf(y)$.

Takvo svojstvo imaju npr. direktna proporcionalnost i operatori deriviranja i integriranja, ali ne i funkcija $f(x) = ax + b$, za $b \neq 0$.

S obzirom da je osnovno svojstvo funkcije $f(x) = ax + b$ da joj je omjer promjene vrijednosti i promjene argumenta uvijek isti broj,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{const},$$

možda bi bilo adekvatno ovakve funkcije zvati jednolike funkcije.

Međutim, kad se neki naziv uvriježi teško ga je promijeniti.

Ovo je primjer česte situacije kada neki termin u matematici ne odgovara upotrebi tog termina u nastavi elementarne matematike.

Zato valja na to paziti pri odabiru termina u nastavi elementarne matematike.

Ako se pojavi kolizija tad treba učenika upućivati na kontekst u kojem se termin javlja da bi mogao ispravno odrediti njegovo značenje.

Daljnja pitanja:

boris.culina@vvg.hr

gogica.paic@gmail.com

zeljko.bosnjak.os@gmail.com