

# Program Microsoft Mathematics 4.0

upotreba i zloupotreba u nastavi matematike

dr.sc. Boris Čulina

Veleučilište Velika Gorica

[boris.culina@vvg.hr](mailto:boris.culina@vvg.hr)

# Nekad

- **Prije pola stoljeća** kalkulatori su u nastavi matematike i u svakodnevnici počeli zamjenjivati pismeno računanje i logaritamske tablice.
- **Rezultat:** oslobođeni rutinskog računanja možemo se više okrenuti pojmovima i koncepcijama
- **Nuspojava:** rutinskim računanjem neki se nastoje osloboditi pojmova i koncepcija

# Danas

- **Danas je vrijeme da matematički programi zamijene kalkulatore u nastavi i u svakodnevnoj upotrebi matematike**
- Oni nas mogu dodatno osloboditi rutinskog računanja
- Oni nam mogu pomoći u matematičkom modeliranju i konceptualizaciji problema.
- Oni nam mogu složene probleme učiniti dostupnim

# Nastava matematike

- **mogla bi, oslobođena rutinskog računanja, biti više okrenuta pojmovima, koncepcijama i primjenama** (sjetimo se samo računanja integrala),
- **mogla bi potpomognuta softwareom obuhvatiti probleme koji su do sada zbog povećane kompleksnosti izbjegavani** (npr. rješavanje složenijih jednažbi, ispitivanje toka složenijih funkcija),
- **mogla bi obuhvatiti zanimljive sadržaje koji su zbog svoje složenosti dosad izbjegavani** (npr grafovi u polarnom sustavu, kvalitativna analiza diferencijalnih jednažbi).

# Oprez

- Ovakav software nije učitelj matematike nego pomagalo u naučenim matematičkim aktivnostima. Isto kao što Word ne može naučiti čovjeka pisati, ali mu može pomoći u pisanju, tako i **ovakvi programi ne mogu čovjeku pomoći da nauči matematiku ali mu mogu pomoći da radi matematiku.**
- **Učenici ne mogu pomoću ovakvih programa razumjeti osnovne pojmove i metode, već obratno, kad razumiju osnovne pojmove i metode mogu uspješno koristiti ovakve programe.**

# Koji je to program?

- Danas postoji cijelo mnoštvo malih i zanimljivih besplatnih matematičkih programa koji su međutim pojedinačno gledano previše ograničenog dosega (kao da recimo koristimo Notepad za pisanje teksta).
- Postoje i jaki profesionalni matematički programi (Mathematica, Matlab, Maple, ...) koji su međutim preglomazni za nastavni proces i prosječnog korisnika matematike (kao da recimo koristimo InDesign za pisanje teksta).

# Traži se

- program koji je negdje između malih slobodnih i glomaznih profesionalnih matematičkih programa
- program koji je dovoljno složen da prati sve standardne aktivnosti u nastavi matematike i standardne matematičke aktivnosti korisnika matematike
- Program koji je dovoljno jednostavan da ne zahtjeva neko posebno učenje

# Je li to Microsoft Mathematics?

- Gledano sa stajališta nastavnika matematike koji bi volio koristiti matematički software na određeni način u nastavi, smatram da bi ovaj program mogao postati traženo softwaresko pomagalo u matematičkim aktivnostima, bilo u procesu učenja ili kasnijeg korištenja matematike. To bi trebala po meni biti prava upotreba ovog softwarea



- Gledano po službenom stajalištu na Microsoftovim stranicama Microsoft ovaj program vidi drugačije, kao program koji učenika uči matematiku i koji umjesto njega rješava domaće zadaće, dakle oslobađa učenika onog truda koji je sastavan dio njegova procesa učenja. Po meni je to pogrešna upotreba ovog programa (u naslovu piše zloupotreba, samo zbog dramatičnosti)

- Slijedi jedno upoznavanje s programom Microsoft Mathematics 4.0 zajedno s analizom sa stajališta iznesene dvojbe o upotrebi ovog programa

# Radna ploha Microsoft Mathematics 4.0

- Radni list (worksheet)
- Grafički dio (graphing)
- Kalkulator
- Alatna traka (File, Home, Insert, View, Help)

## Program je naslijedio koncepciju programa Mathematica

- Odlična je zamisao da program bude **u duhu programa Mathematica** koji više prati matematički način razmišljanja (npr. varijable su kao i u matematici prvenstveno simboli) a ne u duhu programa Matlab koji više prati programerski način razmišljanja (npr. varijable su kao i u programiranju memorijske lokacije koje uvijek imaju neku vrijednost).

# Program poštuje matematički zapis

- Za razliku od programa Mathematica **poštuje se matematički zapis**. To je jako važno jer svako odstupanje od standardnog matematičkog zapisa opterećuje povremenog korisnika. Naviknut na matematički zapis, Mathematica me kao povremenog korisnika nepotrebno zamara jer se stalno iznova moram podsjećati specifičnosti striktne sintakse . Npr. argumenti su odvojeni uglatim zagradama, naredbe počinju velikim slovima, = se piše == itd.)

- U Ms Mathematics to jednostavno zapišemo, a ako smo i pogriješili u nekoj sitnici program često zna sam to ispraviti.
- Isto tako je dobro da se u duhu standardnog matematičkog zapisa za razliku od Excela koristi decimalna točka a ne decimalni zarez, a argumenti se razdvajaju zarezom a ne točka-zarezom.

# Primjer: zapis jednadžbe

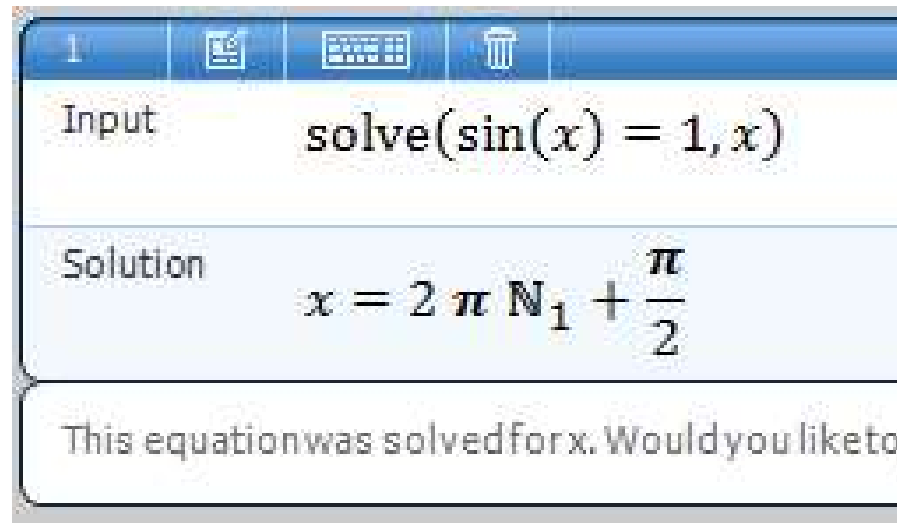
- **Mathematica**

```
In[1]:= Solve[Sin[x] == 1, x]
```

Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve

```
Out[1]= {{x ->  $\frac{\pi}{2}$ }}
```

- **Ms Mathematics:** utipkamo  $\sin x = 1$  i program sam ponudi pun zapis i odgovor:



The screenshot shows a software window with a blue header bar containing icons for undo, keyboard, and delete. Below the header, the interface is divided into three sections:

- Input:** The equation  $\text{solve}(\sin(x) = 1, x)$  is entered.
- Solution:** The result is  $x = 2 \pi N_1 + \frac{\pi}{2}$ .
- Message:** A text box at the bottom says "This equation was solved for x. Would you like to..."



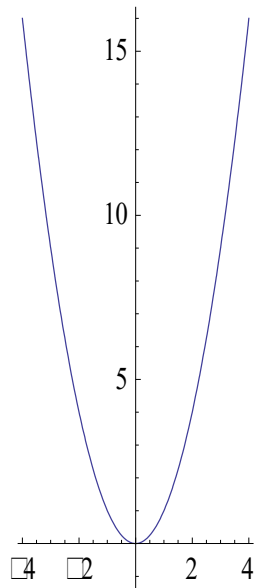
# Prednosti vizuelnog okruženja

- Umjesto naredbi, kao u Mathematici, mogu se koristiti dugmići, menui i ostale **prednosti vizuelnog okruženja**. Na takvo okruženje smo već naučeni pa ga ne moramo posebno učiti. Npr. za kontrolu izgleda grafa ne moramo kao u Mathematici poznavati sintaksu raznih opcija već lako prepoznamo odgovarajuće dugme na alatnoj traci. Metaforičnije, ako je Mathematica Dos Ms Mathematics je Windows.

# Primjer: graf jednadžbe $y=x^2$

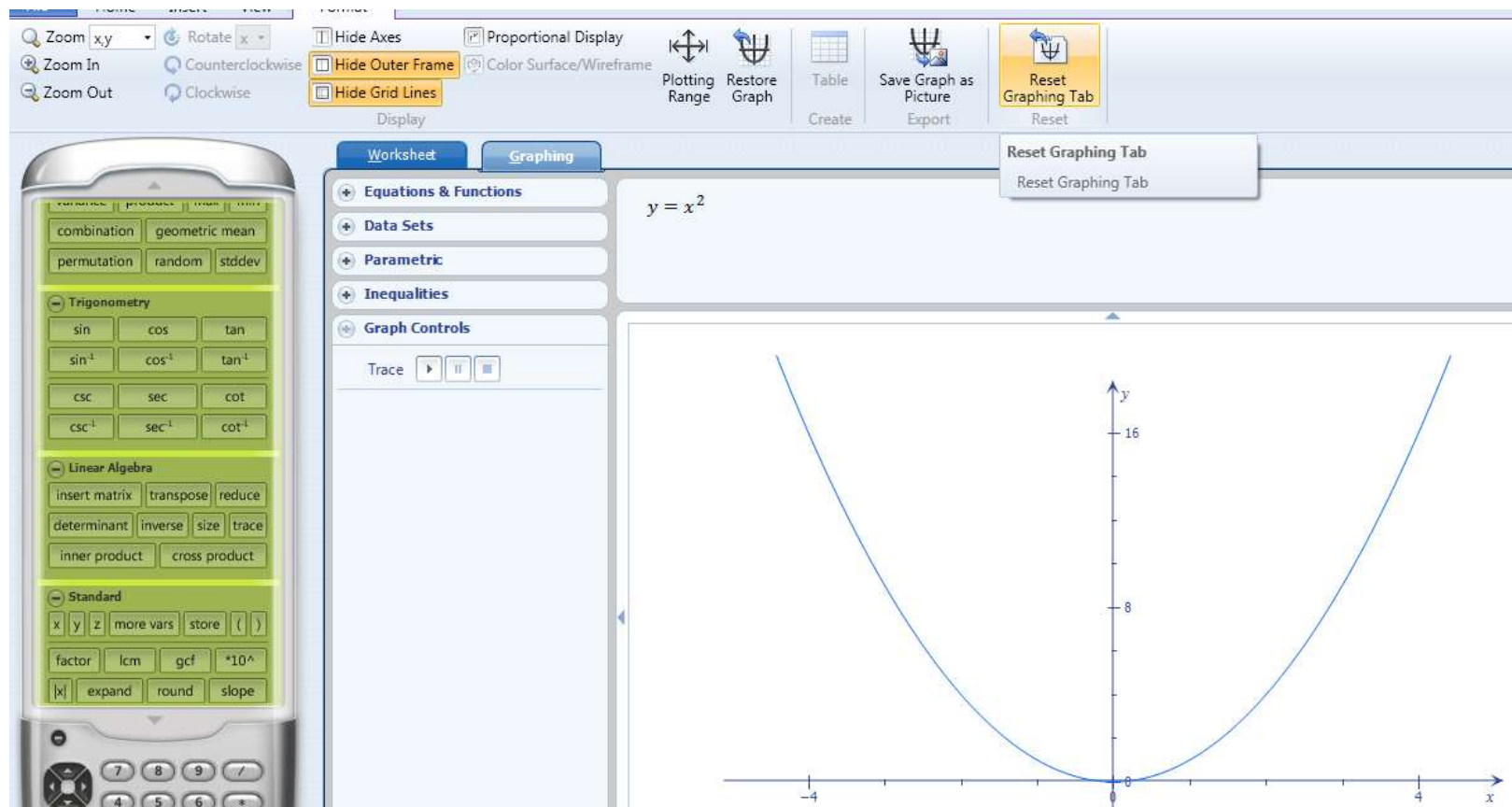
- Mathematica

```
ContourPlot[y == x^2, {x, -4, 4}, {y, 0, 16}, Axes == True, Frame == False, AspectRatio == Automatic]
```



Morali smo u naredbi eksplicitirati interval za  $x$  os, da želimo prikaz koordinatnih osi ali ne okvir oko slike, te da želimo i jednaku skalu na obje osi.

- Ms Mathematics

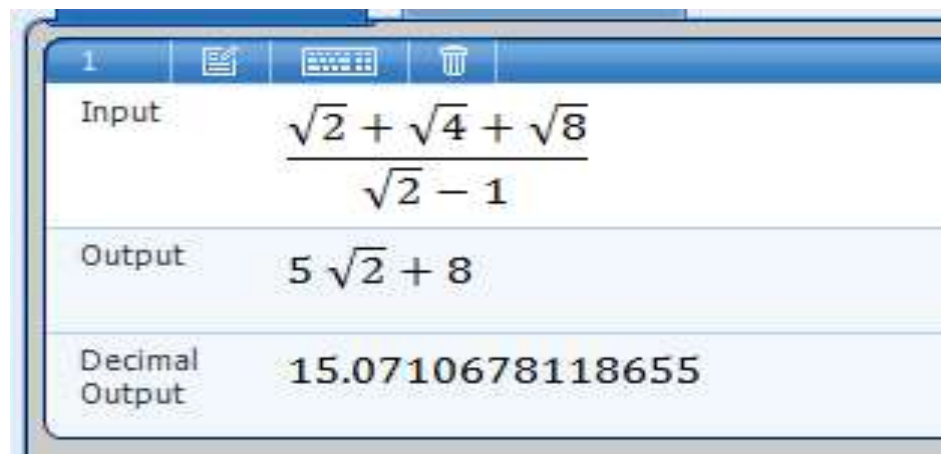


Ovdje izgled dobijemo klikajući na odgovarajuće dugmiće, možemo zumirati graf , šetati po njemu itd

# Ms Mathematics je program koji se razvija

- To je veoma moćan program koji međutim nije još dovoljno razvijen, kako u mogućnostima unutar pojedinog sadržaja (npr. neke jednostavne izraze ne uspijeva pojednostaviti), tako i u izboru tema (npr. nedostaje modul za diferencijalne jednačbe)
- Pošto je u pitanju Microsoftov proizvod za očekivati je da će brzo napredovati

# Primjer: računanje aritmetičkog izraza

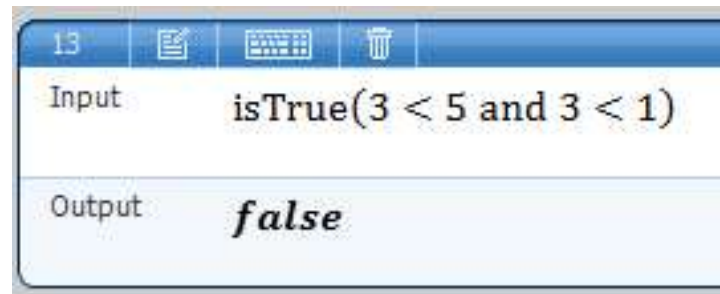


The image shows a calculator window with a blue header bar containing icons for a keyboard, a numeric keypad, and a trash can. The main area is divided into three horizontal sections:

Input	$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{8}}{\sqrt{2} - 1}$
Output	$5\sqrt{2} + 8$
Decimal Output	15.0710678118655

Izraz upisujemo koristeći tastaturu ili dugmad na kalkulatoru . Klikom na ikonu tipkovnice uvijek možemo vidjeti kako izgleda unos preko tastature. Rezultat ćemo dobiti u simboličkoj formi (egzaktan rezultat) i u decimalnoj formi (na alatnoj traci možemo precizirati broj decimala)

# Primjer: ispitivanje istinitosti tvrdnje



The image shows a screenshot of a calculator application window. The window title bar includes the number '13' and icons for a document, a keyboard, and a trash can. The main area is divided into two sections: 'Input' and 'Output'. The 'Input' section contains the text 'isTrue(3 < 5 and 3 < 1)'. The 'Output' section contains the text 'false'.

Input	isTrue(3 < 5 and 3 < 1)
Output	<i>false</i>

Na kalkulatoru u modulu *standard* postoji cijeli niz naredbi različitog tipa koji bi se mogao i bolje strukturirati

# Primjer: pojednostavnjivanje algebarskog izraza

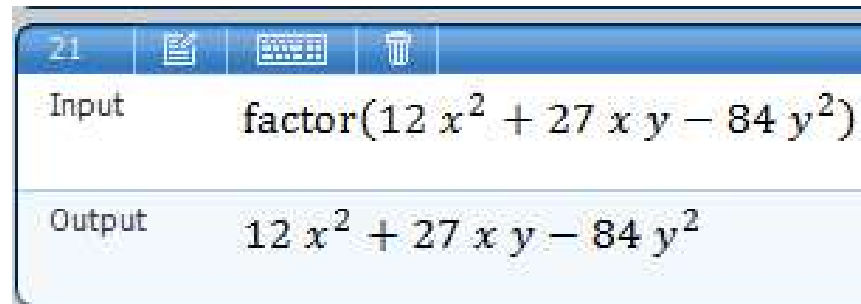
The image shows a screenshot of a computer algebra system (CAS) interface with four rows of input and output. Each row has a blue header with a number and icons for undo, keyboard, and delete. The input and output fields are separated by a horizontal line.

16	Input	$\text{expand}(x(x-1) + (x-1)^2)$
	Output	$2x^2 - 3x + 1$
17	Input	$\text{factor}(2x^2 - 3x + 1)$
	Output	$(x-1)(2x-1)$
18	Input	$\text{factor}(x^2 - 2)$
	Output	$x^2 - 2$
19	Input	$\text{factor}(x^2 + 1)$
	Output	$x^2 + 1$

- U radu s algebarskim izrazima program nije dovoljno dobar
- Ne može faktorizirati izraze kad se moraju koristiti korijeni u faktorizaciji
- Ne može faktorizirati izraze kad se moraju koristiti kompleksni brojevi u faktorizaciji, mada u alatnoj traci ima opciju za rad s kompleksnim brojevima.



- Ne može faktorizirati imalo složenije izraze

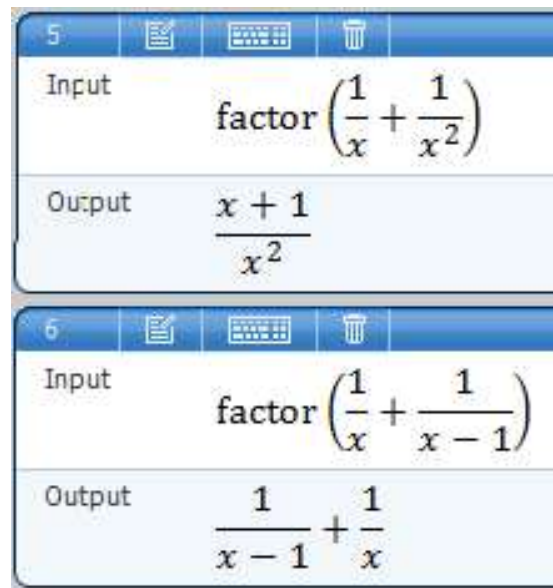


21

Input  $\text{factor}(12x^2 + 27xy - 84y^2)$

Output  $12x^2 + 27xy - 84y^2$

- Ne može stavljati na zajednički nazivnik imalo složenije izraze



5

Input  $\text{factor}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$

Output  $\frac{x+1}{x^2}$

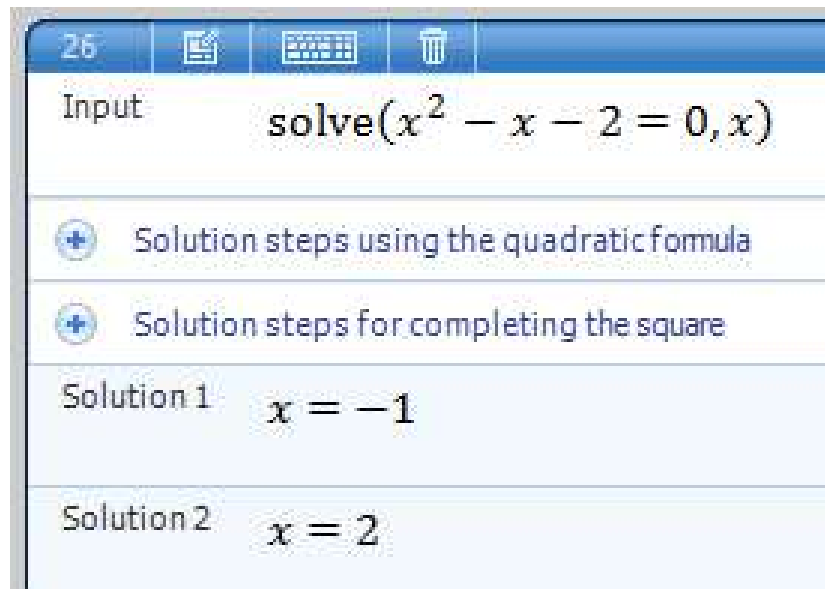
6

Input  $\text{factor}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}\right)$

Output  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$

# Primjer: jednažbe

Upišimo:  $x^2 - x - 2 = 0$



26

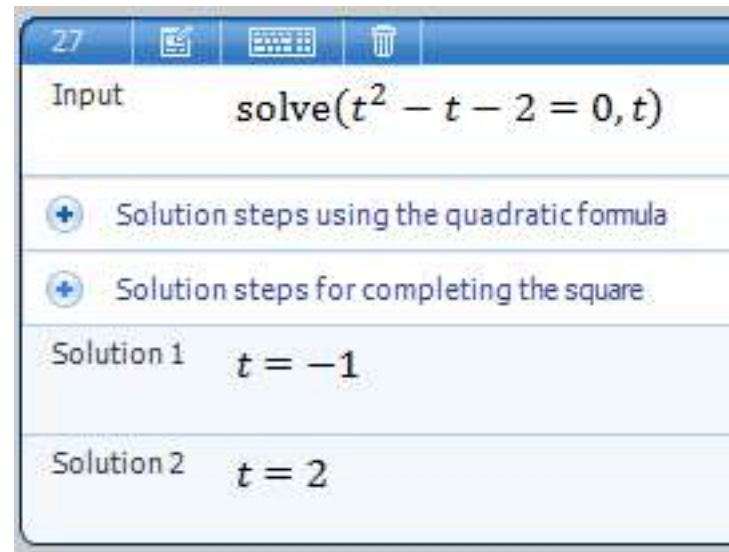
Input  $\text{solve}(x^2 - x - 2 = 0, x)$

- + Solution steps using the quadratic formula
- + Solution steps for completing the square

Solution 1  $x = -1$

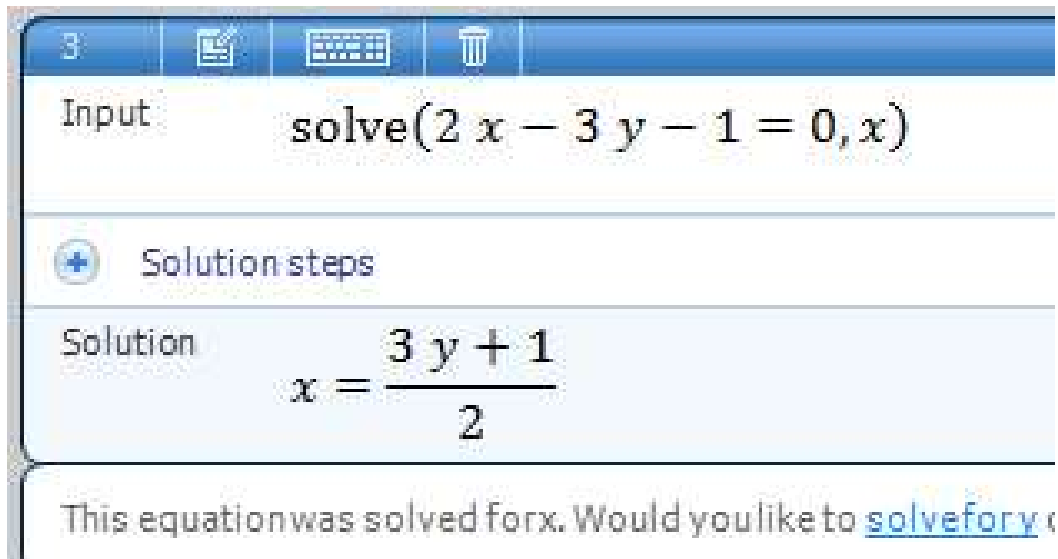
Solution 2  $x = 2$

- Upišimo:  $t^2 - t - 2 = 0$

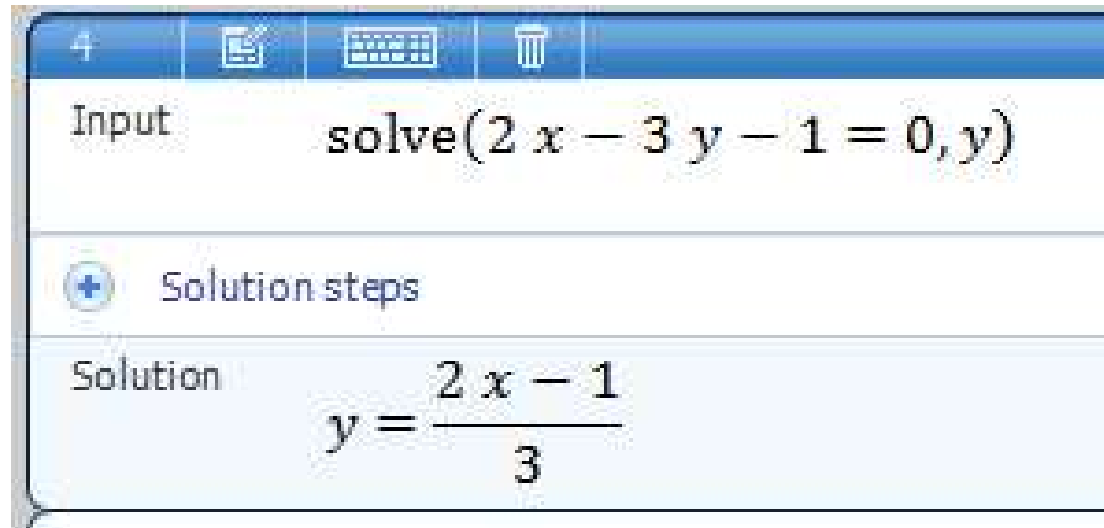


- Program nudi i korake rješavanja ali o tome ćemo poslije

- Upišimo:  $2x - 3y - 1 = 0$

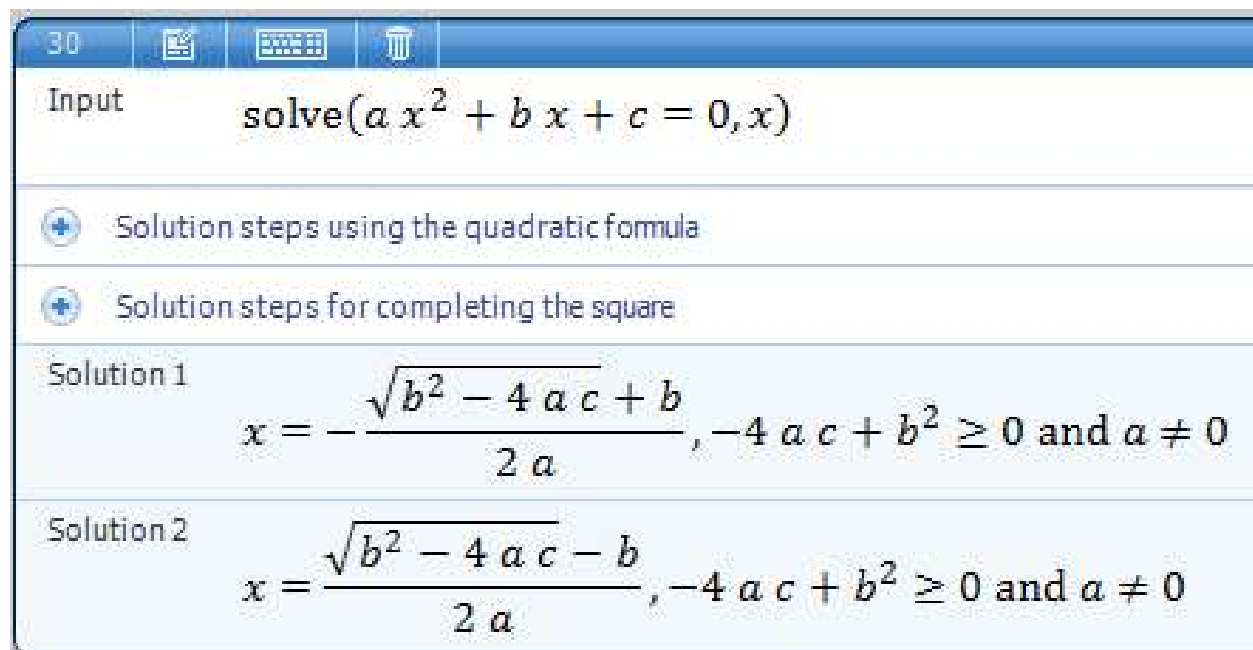


Program je prepostavio da želimo riješiti jednadžbu po  $x$ . Ali nam je ponudio i da je riješi po  $y$  :



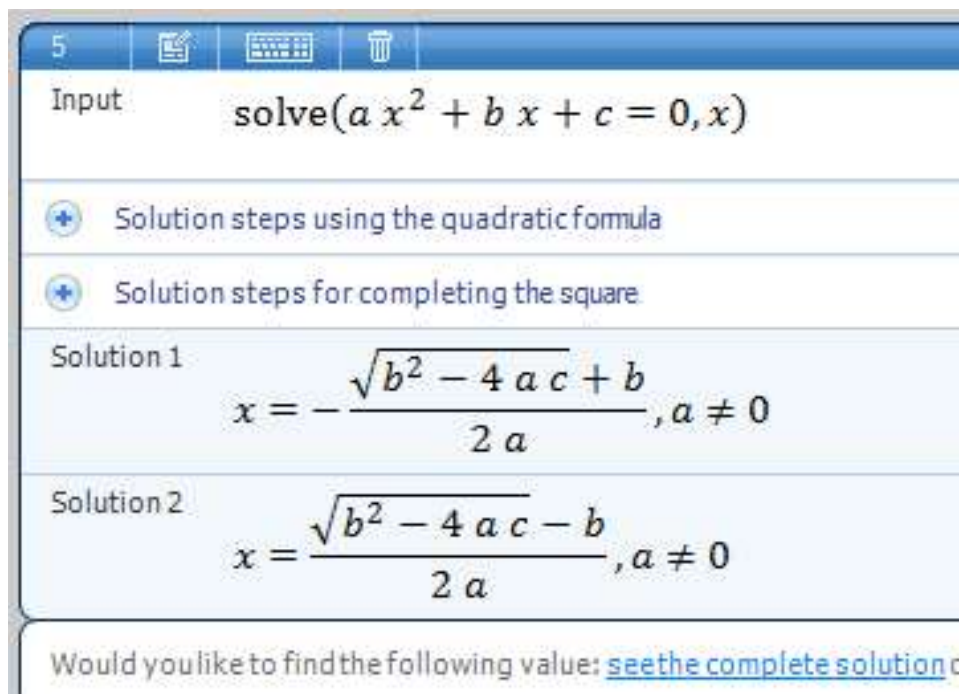
- Naravno, isto bismo dobili da smo upisali punu naredbu koju nam je program prikazao u inputu.




- To možemo iskoristiti ako smo na primjer zaboravili formulu za rješenja kvadratne jednadžbe (dolazi to s godinama):



The screenshot shows a software interface with a blue header bar containing the number '30' and three icons: a calculator, a keyboard, and a trash can. Below the header, the 'Input' field contains the text  $\text{solve}(a x^2 + b x + c = 0, x)$ . Two expandable sections are visible, each with a blue plus icon and the text 'Solution steps using the quadratic formula' and 'Solution steps for completing the square'. The 'Solution 1' section displays the equation  $x = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac} + b}{2a}, -4ac + b^2 \geq 0 \text{ and } a \neq 0$ . The 'Solution 2' section displays the equation  $x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a}, -4ac + b^2 \geq 0 \text{ and } a \neq 0$ .

- Program je razmotrio samo realna rješenja jer je u alatnoj traci aktivirano po defaultu dugme *Real Numbers*. Ako pritisnemo dugme *Complex Numbers* dobit ćemo formulu za općenito kompleksna rješenja



5   

Input:  $\text{solve}(a x^2 + b x + c = 0, x)$

+ Solution steps using the quadratic formula

+ Solution steps for completing the square

Solution 1: 
$$x = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac} + b}{2a}, a \neq 0$$

Solution 2: 
$$x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a}, a \neq 0$$

Would you like to find the following value: [see the complete solution c](#)

- Primijetimo da nam program nudi da vidimo i kompletno rješenje, koje uključuje slučaj  $a = 0$  (tad to nije kvadratna jednažba):

6

Input:  $\text{solve}(a x^2 + b x + c = 0, x)$

+ Solution steps using the quadratic formula

+ Solution steps for completing the square

Solution 1  $x = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac} + b}{2a}, a \neq 0$

Solution 2  $x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a}, a \neq 0$

Solution 3  $x = -\frac{c}{b}, a = 0 \text{ and } b \neq 0$

Solution 4  $x \in \mathbb{C}, a = 0 \text{ and } b = 0 \text{ and } c = 0$

Solution 5  $\emptyset, a = 0 \text{ and } b = 0 \text{ and } c \neq 0$



- Ili ako smo, ne daj bože, zaboravili formulu za rešavanje kubne enačbe

33 (Radians / Complex)

Input  $\text{solve}(a x^3 + b x^2 + c x + d = 0, x)$

Solution 1

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{b^2}{9a^2} + \frac{c}{3a}\right)^3} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}} + \sqrt[3]{-\sqrt{\left(\frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{b^2}{9a^2} + \frac{c}{3a}\right)^3} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}}$$

Solution 2

$$x = \frac{\sqrt{3}i \left( \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{b^2}{9a^2} + \frac{c}{3a}\right)^3} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}} - \sqrt[3]{-\sqrt{\left(\frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{b^2}{9a^2} + \frac{c}{3a}\right)^3} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}} \right)}{2}$$

Solution 3

$$x = \frac{-\sqrt{3}i \left( \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{b^2}{9a^2} + \frac{c}{3a}\right)^3} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}} - \sqrt[3]{-\sqrt{\left(\frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{b^2}{9a^2} + \frac{c}{3a}\right)^3} + \frac{bc}{6a^2} - \frac{b^3}{27a^3} - \frac{d}{2a}} \right)}{2}$$

Na žalost, na slide je stalo tek pola formule.

- Naravno, program će bez problema riješiti i konkretnu jednadžbu trećeg stupnja. Rješenje ovisi o tome jesmo li zadali realno ili kompleksno područje. Rješenja su dana simbolički i numerički.

31
(Radians)

Input `solve(x3 - x - 2 = 0, x)`

Solution

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} + \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} \approx 1.5213797068046$$

---

32
(Radians /

Input `solve(x3 - x - 2 = 0, x)`

Solution 1

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} + \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} \approx 1.5213797068046$$

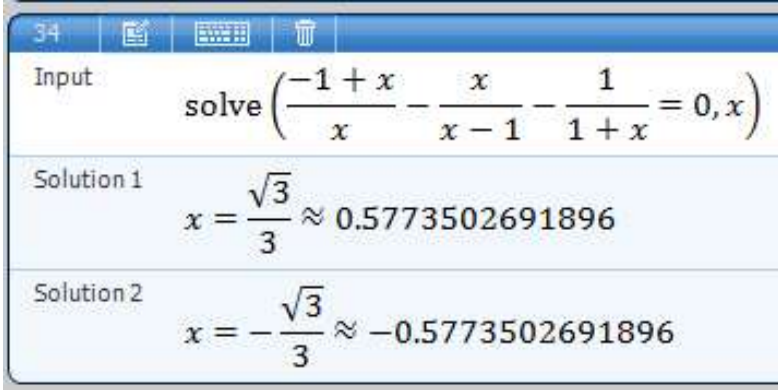
Solution 2

$$x = \frac{-\sqrt[3]{\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} - \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} + \sqrt{3} \left( \sqrt[3]{\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} - \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} \right) i}{2} \approx -0.7606898534023 + 0.8578736265952i$$

Solution 3

$$x = \frac{-\sqrt{3} \left( \sqrt[3]{\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} - \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} \right) i - \sqrt[3]{\frac{\sqrt{78}}{9} + 1} - \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{78}}{9} + 1}}{2} \approx -0.7606898534023 - 0.8578736265952i$$

- Isto tako rješava racionalnu jednadžbu:



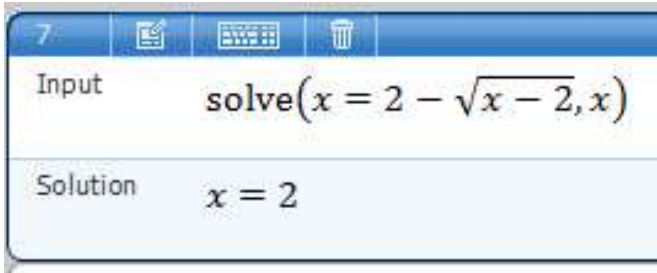
34

Input  $\text{solve}\left(\frac{-1+x}{x} - \frac{x}{x-1} - \frac{1}{1+x} = 0, x\right)$

Solution 1  $x = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.5773502691896$

Solution 2  $x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \approx -0.5773502691896$

- Iracionalnu jednadžbu:



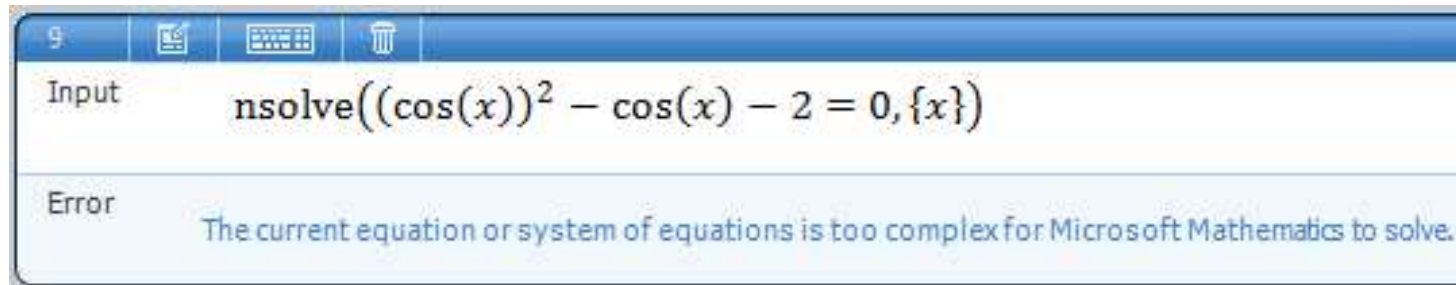
7

Input  $\text{solve}(x = 2 - \sqrt{x-2}, x)$

Solution  $x = 2$

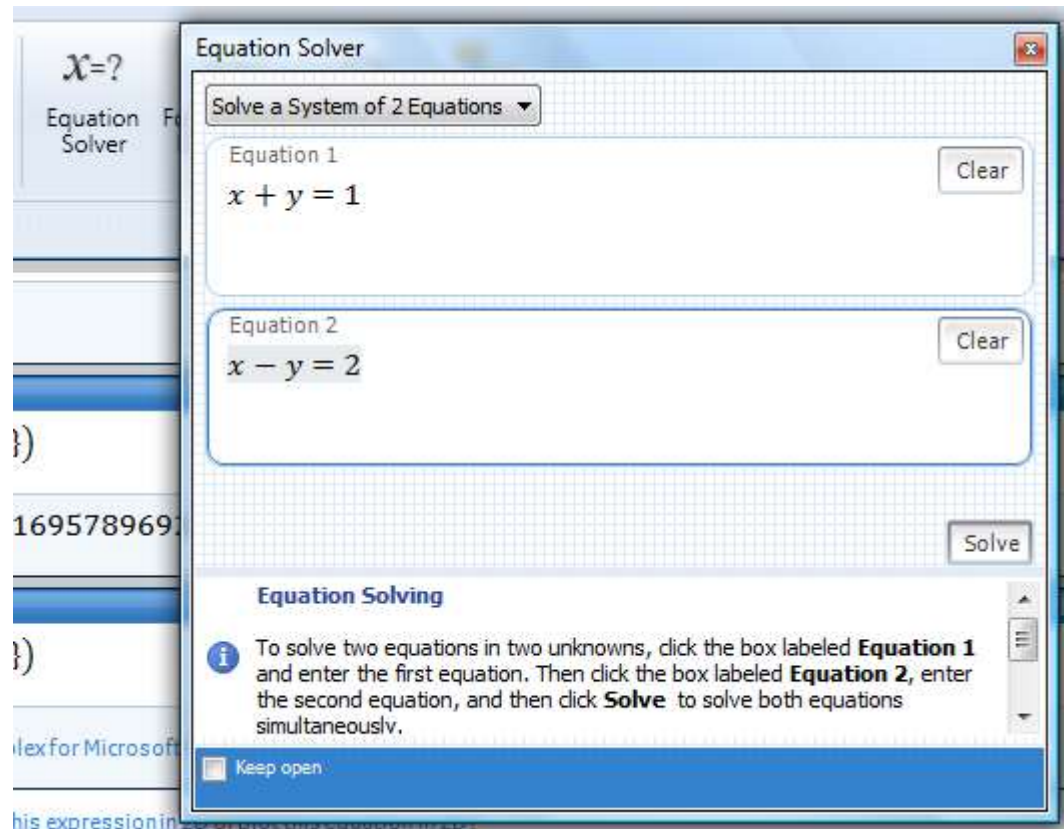
Učenik koji nije dovoljno pažljiv dobit će i  $x = 3$  za rješenje

- Transcendentnu jednadžbu  $(\cos x)^2 - \cos x - 2 = 0$ :



- Program nije uspio riješiti jednadžbu simbolički pa ju je pokušao riješiti numerički – otuda *nsolve* u naredbi. Međutim ni to nije uspio riješiti iako se ova jednadžba jednostavno riješi supstitucijom  $t = \cos x$  i dobije se  $x = (2k+1) \cdot \frac{\pi}{2}$ .
- U ovakvim situacijama program ne bi smio krahirati.

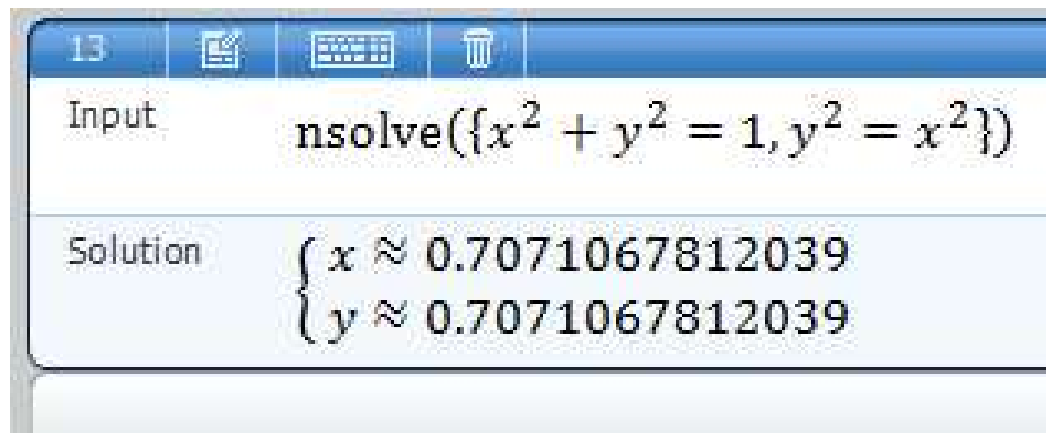
- Ako želimo riješiti sustav jednažbi tad moramo ili napisati cijelu naredbu ili koristiti modul za rješavanje jednažbi koji se nalazi na alatnoj traci



The screenshot shows a software window with a blue header bar containing the number '11' and three icons: a pencil, a keyboard, and a trash can. Below the header, the 'Input' field contains the command `solve({x + y = 1, x - y = 2})`. Underneath, there are three expandable sections, each with a blue plus icon and the text: 'Solution steps using substitution', 'Solution steps using matrices', and 'Solution steps using elimination'. The 'Solution' section is expanded and shows the solution for the system of equations: 
$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} = 1.5 \\ y = -\frac{1}{2} = -0.5 \end{cases}$$

- Input nam pokazuje koju smo naredbu mogli direktno upisati u radni list

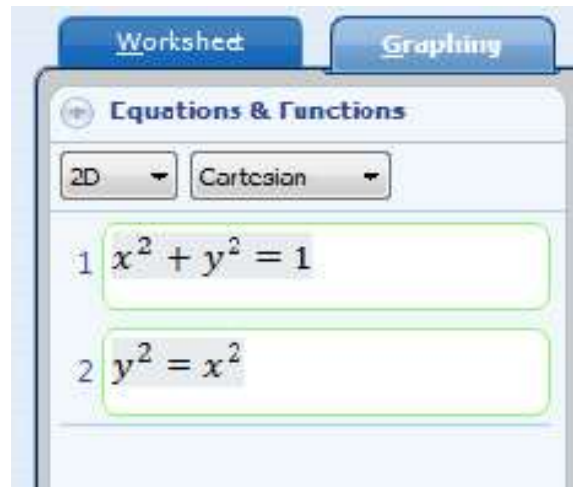
- Riješimo sljedeći sustav



The screenshot shows a software interface with a blue header bar containing the number '13' and three icons: a pencil, a keyboard, and a trash can. Below the header, there are two rows. The first row is labeled 'Input' and contains the command `nsolve({x2 + y2 = 1, y2 = x2})`. The second row is labeled 'Solution' and contains the numerical results  $\begin{cases} x \approx 0.7071067812039 \\ y \approx 0.7071067812039 \end{cases}$ .

- Program ga je riješio jedino numerički i to, vidjet ćemo, nepotpuno.

- Prijedimo u grafički dio i nacrtajmo krivulje koje pripadaju ovim jednažbama:

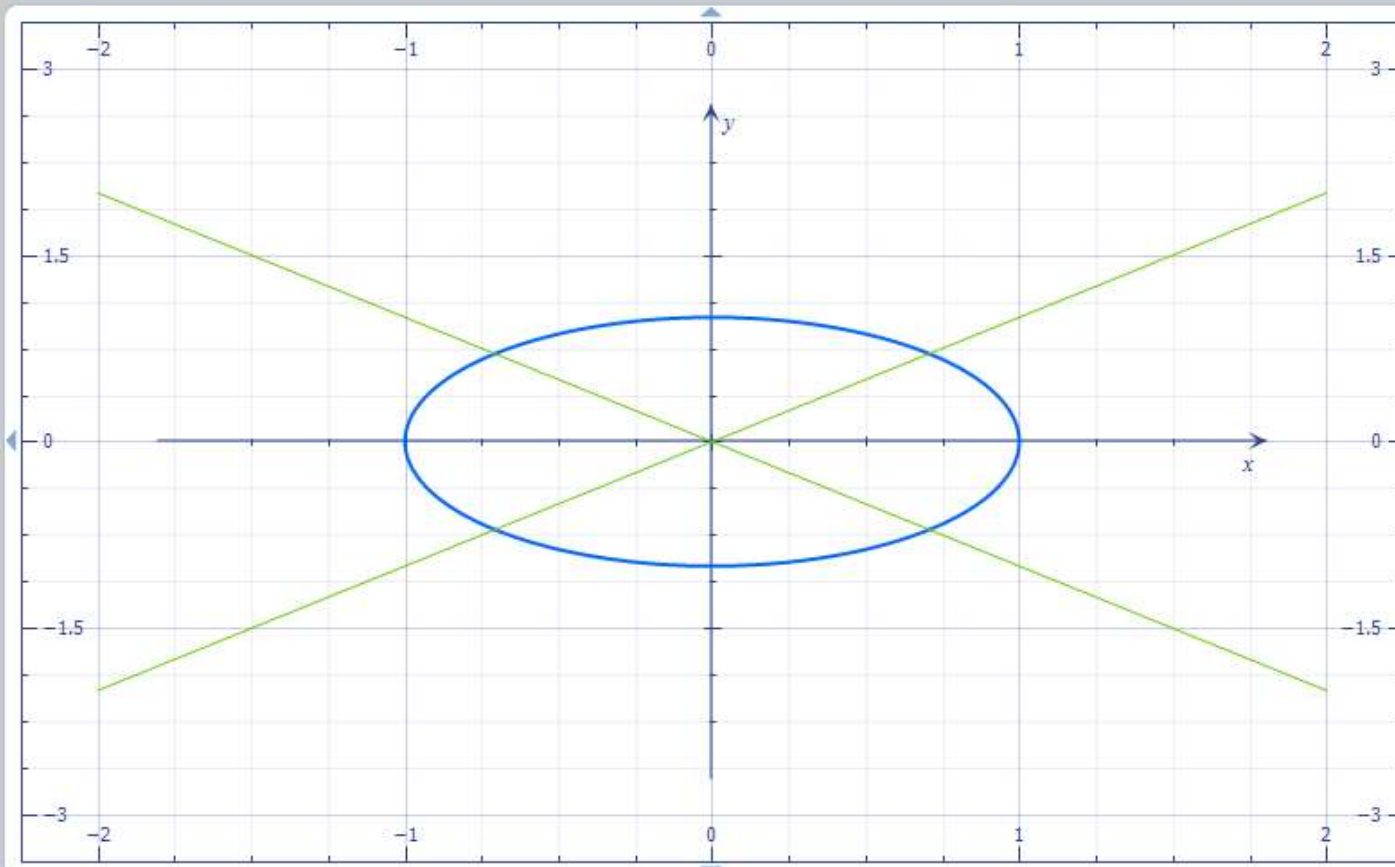


- Pritisnemo li dugme *Graph* dobit ćemo:



$$x^2 + y^2 = 1$$

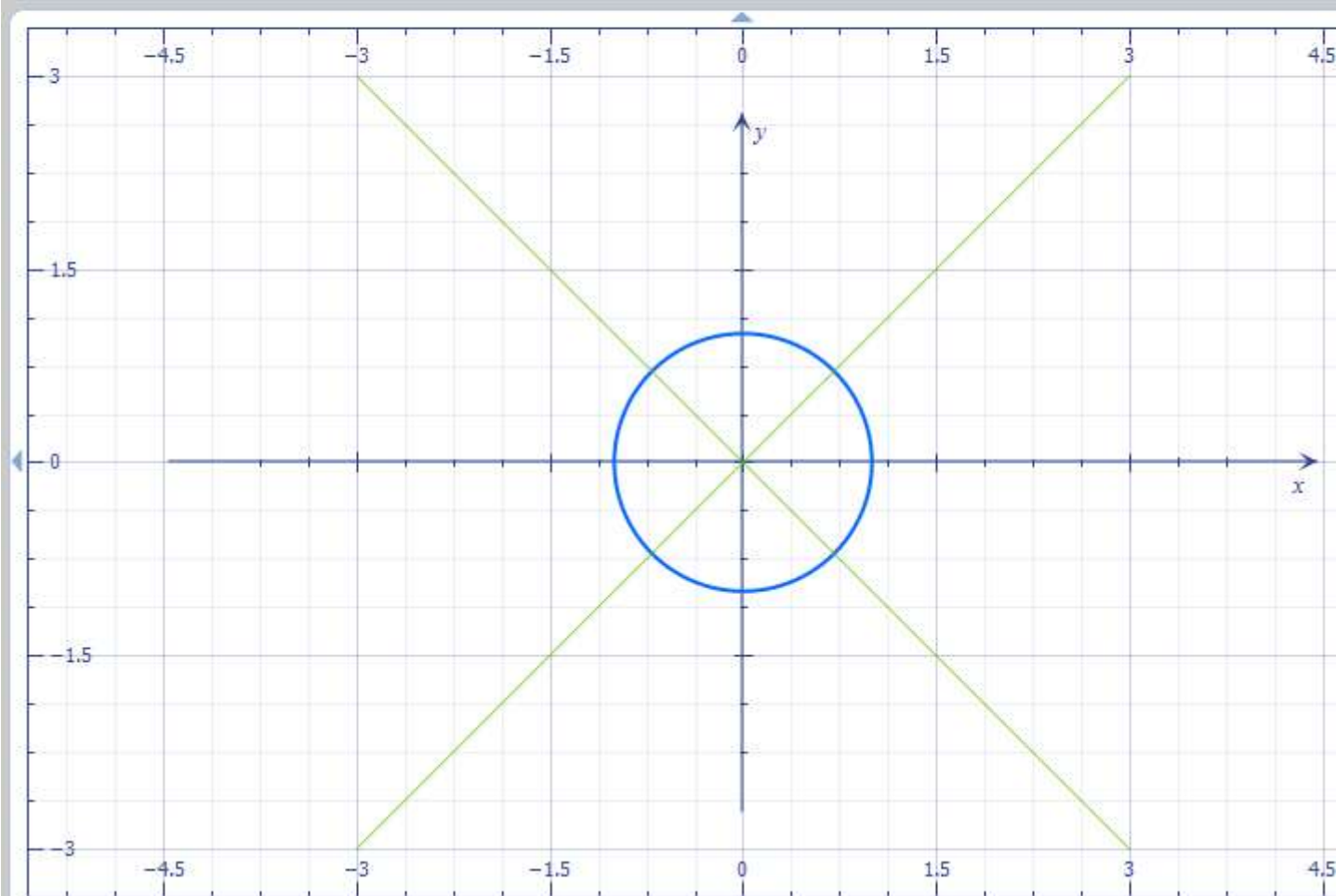
$$y^2 = x^2$$



- Zatražimo li Proportional Display dobit ćemo realniju sliku:

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 = x^2$$



- Vidimo da postoje četiri para rješenja. Rješavanjem bismo dobili da su izraženi pomoću drugih korijena,
- Ovakav tip programa ne bi smio padati na ovako jednostavnim primjerima
- Isto se ponavlja u svim situacijama. Program jako precizno riješi jednostavnije slučajeve danog tipa problema a lako zapne na imalo težem slučaju. **Program bi trebao biti barem toliko razvijen da može riješiti sve rutinske probleme koje mogu riješiti napredniji učenici.**

# Ms Mathematics kao software za učenje matematike?

- Nadogradnja na izgled kalkulatora kao i posebna dugmad za rješavanje trokuta, za formule, te za konverziju jedinica , su u funkciji namjene programa koja je izražena i na službenim stranicama. Evo nekih izvadaka koji će u daljnjem biti analizirani:

- **The Step-by-Step Equation Solver** Students can use this to learn how to solve difficult math problems
- **Triangle Solver** This graphing tool explains triangles and their parts.
- **Formulas and Equations Library** Students will find more than 100 commonly used equations and formulae to help identify and apply equations.

# The Step-by-Step Equation Solver

- U [Microsoft Mathematics 4.0 Step-by-Step](#) vodiču se ta uloga programa demonstrira na jednadžbi  $2x/4=2$ , U *Solution steps* imamo sljedeća objašnjenja

---

## – Solution steps

---

Do the arithmetic.

Calculate 4 power of  $-1$  and get  $\frac{1}{4}$ .

$$2x \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = 2$$

---

Do the arithmetic.

Multiply 2 and  $\frac{1}{4}$  to get  $\frac{1}{2}$ .

$$\frac{1}{2}x = 2$$

---

Multiply both sides of the equation by 2.

$$\frac{1}{2}x = \frac{2}{\frac{1}{2}}$$

---

Undo multiplication.

Dividing by  $\frac{1}{2}$  undoes the multiplication by  $\frac{1}{2}$ .

$$x = \frac{2}{\frac{1}{2}}$$

---

Divide.

Divide 2 by  $\frac{1}{2}$  by multiplying 2 by the reciprocal of  $\frac{1}{2}$ .

$$x = 4$$

- Meni to zasigurno nije najjednostavnije objašnjenje rješavanja ove jednadžbe. Ne vjerujem da ijedan program može zamijeniti dobro objašnjenje rješavanja jednadžbi na pomno odabranim primjerima kroz živu riječ nastavnika ili u nastavnom materijalu. **Pokušaj zamjene učitelja programom je pogreška koji može imati negativne posljedice u procesu učenja.** Nadalje za teže jednadžbe program ne daje (srećom) nikakvo objašnjenje.

# Triangle Solver

- Na alatnoj traci postoji poseban modul u koji utipkamo poznate stranice i kutove trokuta a program izračuna nepoznate elemente. Npr, unesemo tri stranice:

$x=?$   $E=mc^2$

Equation Solver Formulas and Equations Triangle Solver Unit Converter

Tools

Triangle Solver

alt A alt B alt C

Show Altitudes and area

Altitude A: 3.79967103839267  
Altitude B: 1.89983551919633  
Altitude C: 1.51986841535707  
Area: 3.79967103839267

	Sides	Angles
$\pi$	a 2	A 22.3316450
$\sqrt{\quad}$	b 4	B 49.4583981
$n^2$	c 5	C 108.209956
$n^x$		

Clear Calculate


Degrees Decimal




- Ne vidim u ovom postupku ništa objašnjavajuće o trokutu kao što se tvrdi u opisu programa, Dapače, i ovaj modul može imati negativne posljedice u procesu učenja. **Program ne smije zamijeniti učenikov trud koji je dio procesa učenja nego samo biti njegova produžena ruka u složenijim situacijama** . Nadalje, pored mnoštva važnih matematičkih procedura, rješavanje trokuta je relativno sporedna stvar koja sigurno ne bi trebala biti u prvom planu.

# Formulas and Equations Library

- Za rješavanje nekog problema , npr. nalaženja akceleracije tijela koje pri jednoliko ubrzanom gibanju s poznatom početnom brzinom u zadanom vremenu prijeđe poznati put, učenik ode u ovaj modul, pronađe odgovarajuću formulu, ubaci u nju poznate veličine i dobije odgovor:




Equation Solver    Formulas and Equations ▾    Triangle Solver    Unit Converter

Tools

Select
Physics
🔍

Distance traveled at constant velocity:

$$d = v t$$

where v is the velocity and t is the time traveled

---

Distance traveled under constant acceleration:

$$d = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

where a is the acceleration, t is the time of acceleration, and v0 is the initial velocity

<i>d</i>	=		<i>m</i>
<i>a</i>	=		<i>m/s<sup>2</sup></i>
<i>t</i>	=		<i>s</i>
<i>v<sub>0</sub></i>	=		<i>m/s</i>

Clear
Enter

Keep open

- Ovaj modul je direktno štetan jer je u suprotnosti sa ijednom ispravnom metodikom. Umjesto da se učenik uči modelirati problem tako da, primjenjujući manji broj zakonitosti koje pokrivaju situaciju, na kreativan način uspostavi jednadžbe koje povezuju nepoznate i poznate veličine i razvije vještinu rješavanja dobijenih jednadžbi, te na taj način stekne stvarne matematičke sposobnosti, on se uči da traži gotove formule i da u njih uvrštava brojeve. Tu se gubi svaka matematička ( i općenito) vještina i kreativnost.

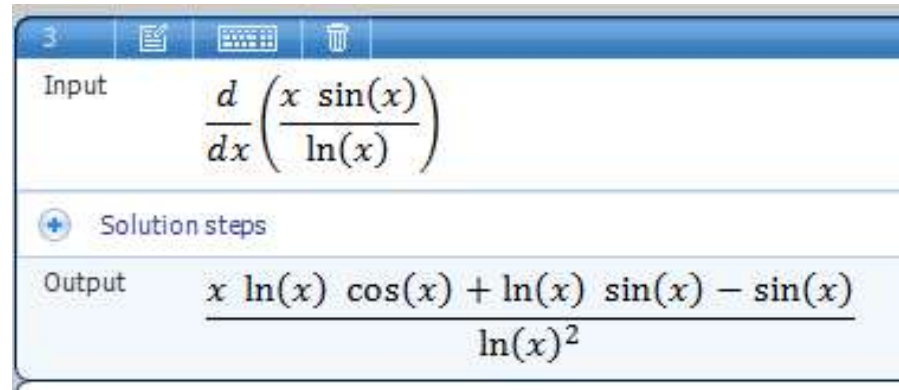
- Ovi primjeri, nadam se, jasno pokazuju da je apsolutno pogrešno nastojanje da ovo bude software za učenje matematike.
- Ali da bi ovaj software mogao biti pravo informatičko pomagalo u matematičkim aktivnostima u procesu učenja i u standardnom korištenju matematike, nadam se da će i sljedeći primjeri pokazati

# Ilustracije drugih mogućnosti

- Tipke kalkulatora su podijeljene u grupe koje odgovaraju određenim područjima matematike. Iz svakog područja ćemo uzeti poneki tip problema za ilustraciju.

# Calculus

- derivacija



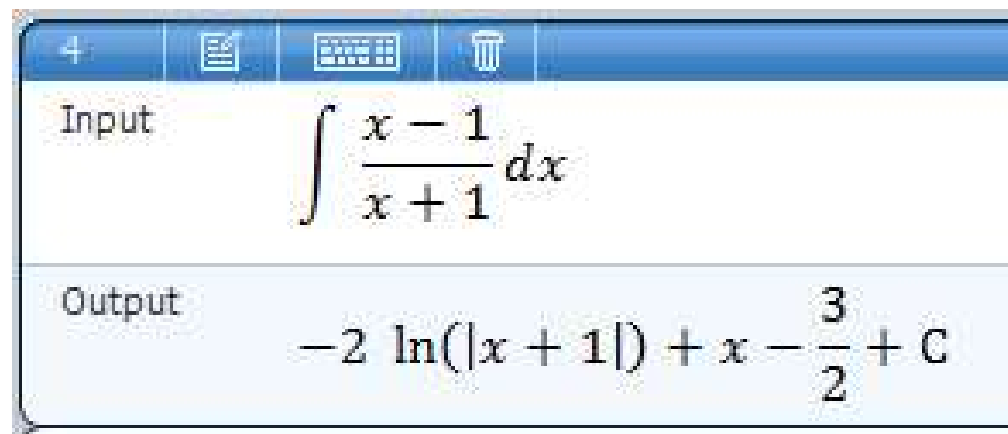
3

Input  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x \sin(x)}{\ln(x)} \right)$

+ Solution steps

Output  $\frac{x \ln(x) \cos(x) + \ln(x) \sin(x) - \sin(x)}{\ln(x)^2}$

- Neodređeni integral



+

Input  $\int \frac{x-1}{x+1} dx$

Output  $-2 \ln(|x+1|) + x - \frac{3}{2} + C$

- Određeni integral

5	
Input	$\int_1^e x^3 \ln(x) dx$
Output	$\frac{3e^4 + 1}{16}$
Decimal Output	10.2996531312145

- Nepravi integral

6	
Input	$\int_0^{\infty} e^{-x} dx$
Output	1

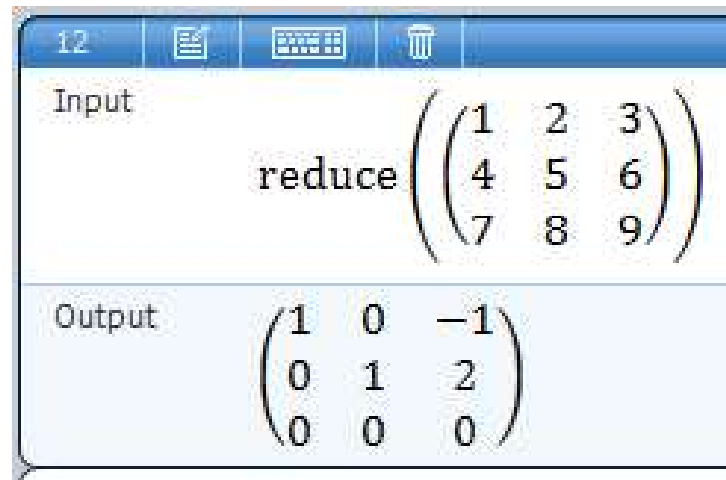
- Limes

8	
Input	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \ln(1+x)}{(\sin(x))^2} \right)$
Output	1



# Linear Algebra

Reducirana forma matrice



12

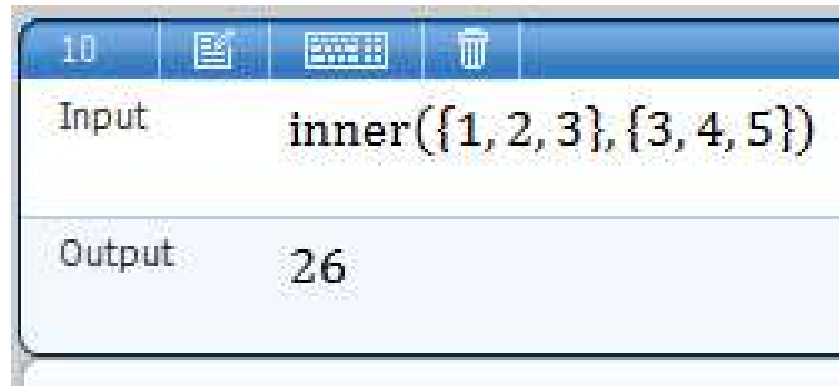
Input

$$\text{reduce} \left( \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \right)$$

Output

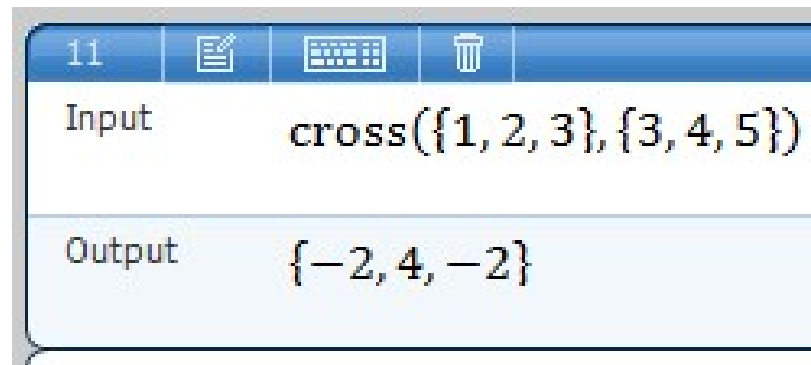
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Skalarni produkt vektora



A screenshot of a MATLAB command window. The title bar shows the number '10' and icons for copy, paste, and delete. The 'Input' field contains the code `inner({1, 2, 3}, {3, 4, 5})`. The 'Output' field displays the result `26`.

- Vektorski produkt vektora



A screenshot of a MATLAB command window. The title bar shows the number '11' and icons for copy, paste, and delete. The 'Input' field contains the code `cross({1, 2, 3}, {3, 4, 5})`. The 'Output' field displays the result `{-2, 4, -2}`.

# Statistics

- Srednja vrijednost

13	
Input	<code>mean({1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5})</code>
+ Solution steps	
Output	$\frac{16}{5}$
Decimal Output	3.2

Standardna devijacija

14	
Input	<code>stdDev({1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5})</code>
Output	$\frac{\sqrt{39}}{5}$
Decimal Output	1.2489995996797

# Nove mogućnosti u nastavi

## Primjer pojma funkcije

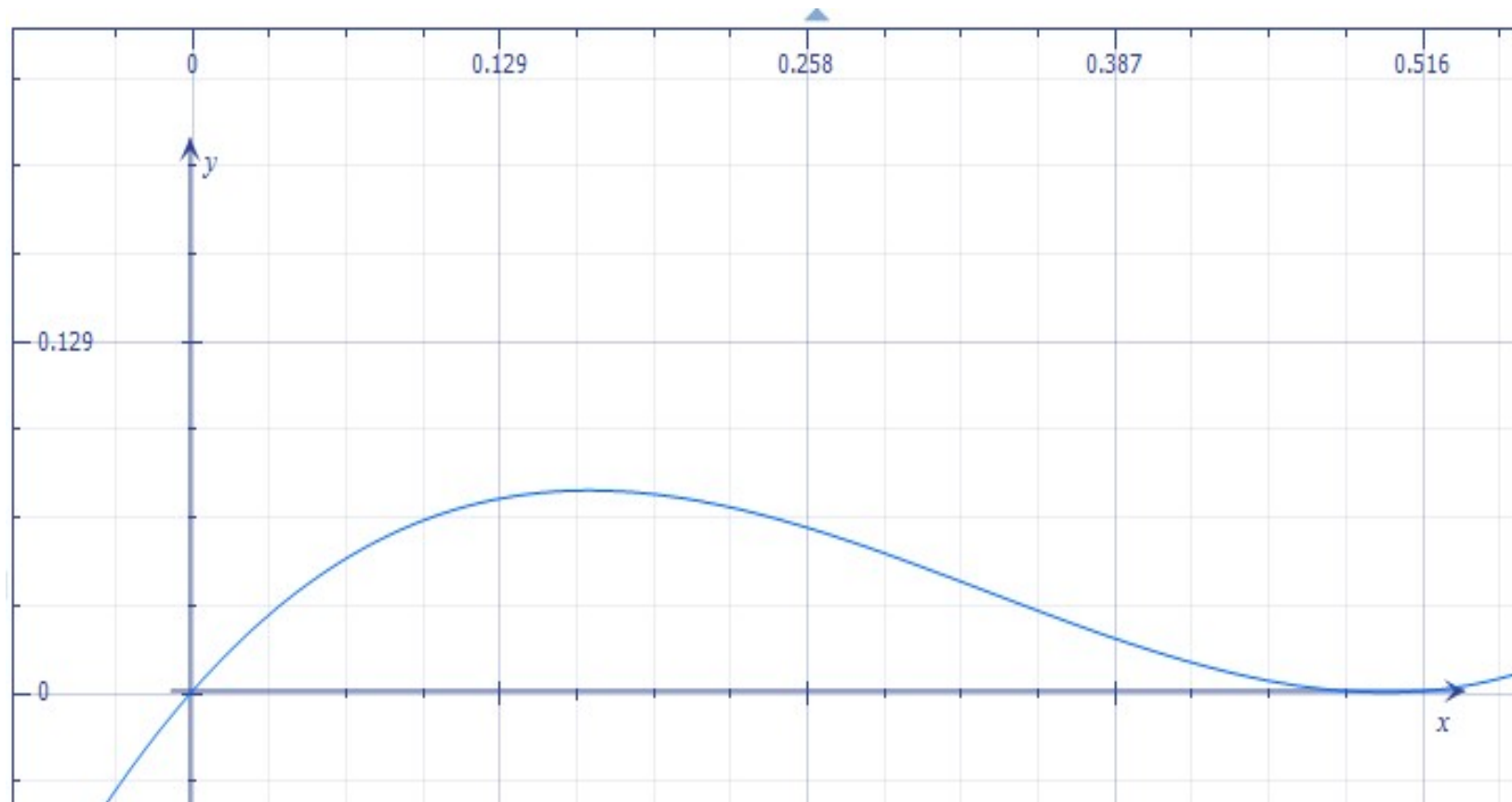
- Osobno smatram da bi se učenici u zadnjim razredima osnovne škole i prvom razredu srednje škole trebali bolje upoznati s pojmom funkcije
- Rješenje jednadžbe = nultočke odgovarajuće funkcije
- Rješavanje jednadžbe je povezano sa svojstvoma injektivnosti funkcije , pojmom domene funkcije i pojmom inverzne funkcije

- Rješenje nejednadžbe = predznak odgovarajuće funkcije
- Rješavanje nejednadžbe je povezano sa svojstvom monotonosti funkcije i pojmom domene.
- Funkcije su modeli mnogih situacija. Npr fizikalnog procesa. Analiza funkcije kaže kako se proces odvija.
- Funkcije su modeli za mnoge probleme. Npr. problema optimuma. Ekstremalna vrijednost funkcije daje rješenje problema.

- Dobro razumijevanje pojma funkcije omogućuje efikasno usvajanje novih funkcija u višim razredima, eksponencijalnih i logaritamskih, kao i trigonometrijskih i arkus funkcija
- Svi navedeni pojmovi se daju razumjeti i efektivno upotijebiti na grafu funkcije
- Program jednostavno može na osnovi formule za funkciju nacrtati njen graf
- To omogućuje da jednostavno usvojimo i primjenjujemo pojam funkcije

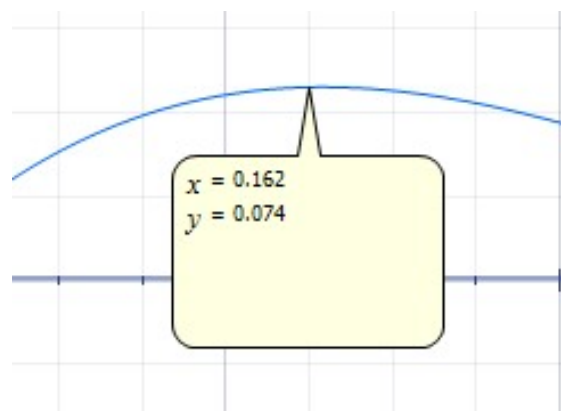
# Primjer

- Ako kartonu u obliku kvadrata stranice 1m izrežemo na svakom rubu kvadrat stranice  $x$  i presavijemo ga u kutiju, može se pokazati da je volumen kutije  $V(x)=x(1-2x)^2$ . Kako izabrati  $x$  pa da volumen kutije bude najveći?
- Ovakav zadatak možemo na kvalitativno zadovoljavajući način riješiti već u prvom razredu srednje škole pomoću grafa funkcije. Nakon odgovarajućeg zumiranja dobit ćemo graf u intervalu  $\langle 0,0.5 \rangle$  koji nas zanima:



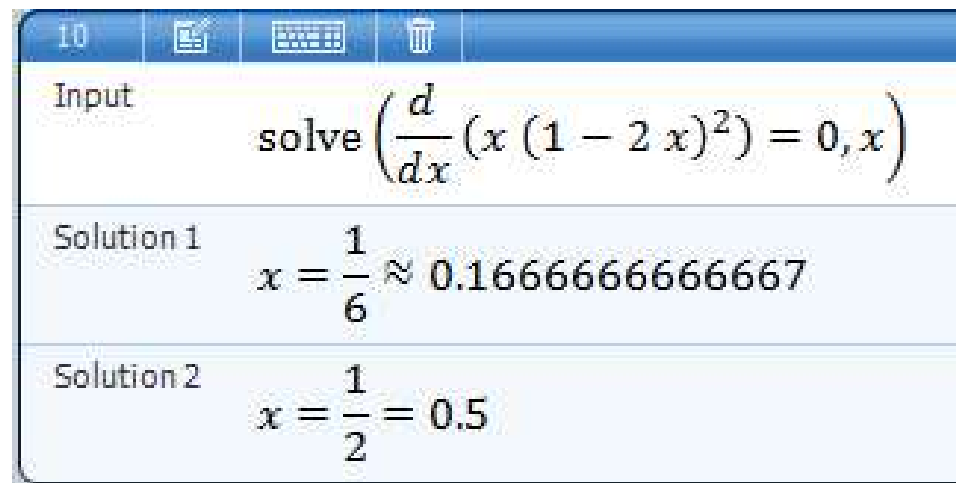


- Da bismo preciznije odredili traženi  $x$  možemo iskoristiti naredbu trace kojom se krećemo po grafu dok ne dođemo do tražene točke



- Vidimo da je traženi  $x$  negdje oko 0.16

- U četvrtom razredu ovo kvalitativno razmatranje možemo precizirati znajući da je to mjesto u kojem je derivacija funkcije jednaka nuli:



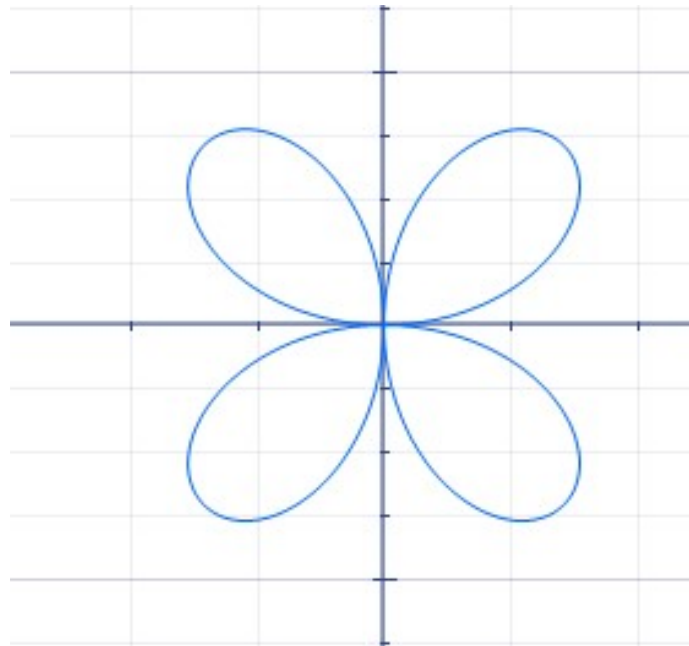
The image shows a screenshot of a calculator interface. At the top, there is a blue header bar with the number '10' and three icons: a grid, a trash can, and a calculator. Below the header, the 'Input' field contains the equation  $\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(x(1-2x)^2) = 0, x\right)$ . The 'Solution 1' field shows  $x = \frac{1}{6} \approx 0.166666666666667$ . The 'Solution 2' field shows  $x = \frac{1}{2} = 0.5$ .

- Dakle, traženo rješenje je  $1/6$

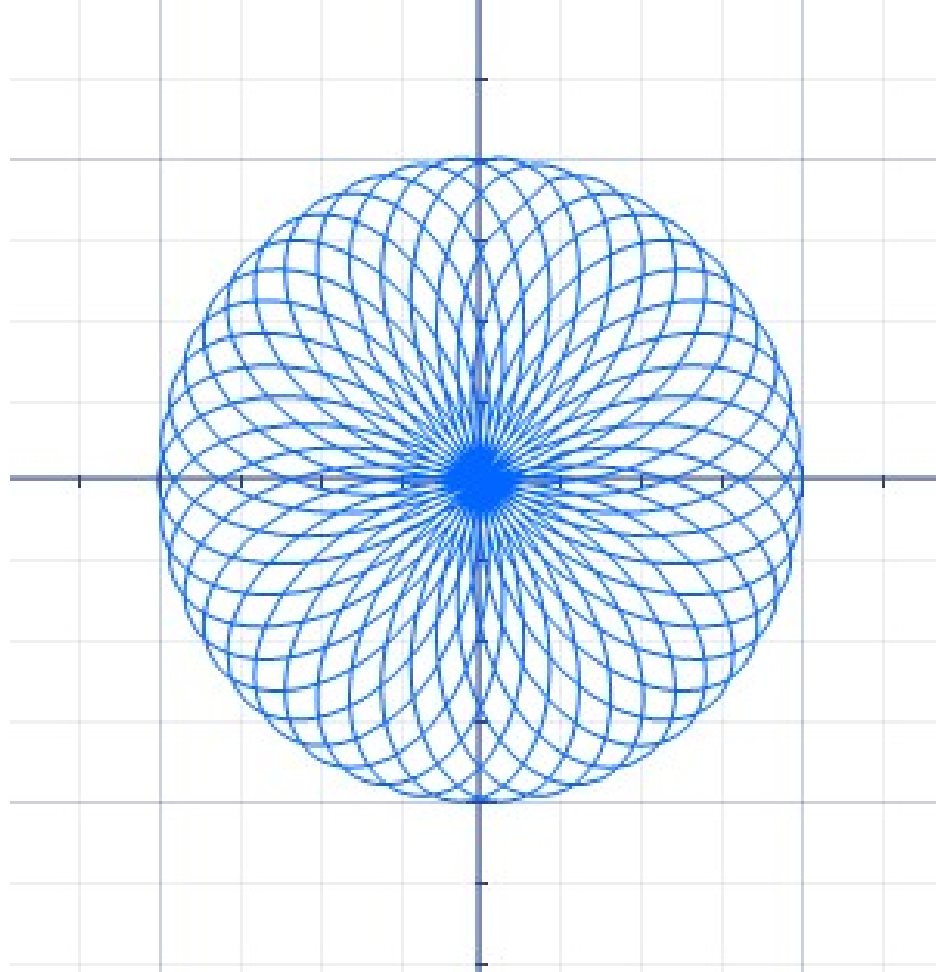
# Proučavanje novih područja

## Primjer: grafovi u polarnom sustavu

- U grafičkom dijelu možemo odabrati dvodimenzionalni polarni sustav i u njemu nacrtati graf jednadžbe npr.  $r = \sin(2\theta)$



- Za Plotting Range su uzeti kutovi od 0 do  $2\pi$ . Ako povećamo domenu na recimo do  $20\pi$ . To neće imati utjecaja jer ova funkcija ima period  $2\pi$ , pa se slika samo ponavlja. Međutim, ako malo pomaknemo koeficijent uz kut, npr uzmemo  $r = \sin(2.1\theta)$ , tad se gubi periodičnost i u svakom sljedećem krugu je slika malo pomaknuta u odnosu na sliku iz prethodnog kruga



# Umjesto zaključka

- Zbog svega navedenog volio bih vidjeti ovaj program kao dio recimo Microsoft Office paketa, zajedno s Wordom, Excelom,... Kao što pokrenem Word kad namjeravam napisati neki tekst volio bih pokrenuti i MS Mathematics kad moram obaviti neku matematičku aktivnost.
- Ne bih volio vidjeti ovaj program kako mog unuka uči matematiku ili umjesto njega rješava domaće zadaće